

Ma trận bảo mật

Giới hạn thời gian: 1.0s Giới hạn bộ nhớ: 256M

Câu I. Ma trận bảo mật (6,0 điểm)

Hệ thống máy chủ lưu trữ của công ty công nghệ **X** sử dụng *Khóa ma trận* kích thước 3×3 để xác thực quyền truy cập. Theo thiết kế của kỹ sư trưởng, một *Khóa ma trận* chỉ được coi là hợp lệ khi thỏa mãn đồng thời hai quy tắc an toàn:

- **Tính toàn vẹn:** Tổng các số nguyên trên mỗi hàng ngang và mỗi cột dọc đều phải hoàn toàn bằng nhau.
- **Chống lặp:** Ma trận phải chứa ít nhất 2 con số có giá trị khác biệt.

Vinh, một chuyên viên bảo mật, đang rà soát lại cơ sở dữ liệu thì phát hiện một sự cố ổ cứng đã làm hỏng hàng loạt *Khóa ma trận*. Ở mỗi khóa bị lỗi, có đúng một vị trí bị mất dữ liệu (được đánh dấu bằng ký tự **?**). Tám vị trí còn lại của khóa đó vẫn đọc được bình thường.

Yêu cầu: Cho trạng thái hiện tại của các ma trận bị lỗi, hãy giúp Vinh xác định chính xác con số bị mất tại vị trí ? để khôi phục lại từng Khóa ma trận hợp lệ ban đầu.

Dữ liệu vào từ file văn bản MTX.INP

- Dòng đầu tiên gồm số nguyên T ($1 \leq T \leq 1000$) - thể hiện số lượng *Khóa ma trận* bị lỗi mà Vinh cần khôi phục.
- T khối tiếp theo, mỗi khối gồm 3 dòng, mỗi dòng chứa 3 phần tử cách nhau bởi khoảng trắng. Các phần tử là số nguyên có giá trị tuyệt đối không vượt quá 10^9 . Riêng vị trí mất dữ liệu được biểu diễn bằng ký tự **' ? '**.

Kết quả ghi ra file văn bản MTX.OUT:

- Với mỗi *Khóa ma trận*, in ra trên một dòng giá trị nguyên cần điền vào vị trí **' ? '**.
- Trong trường hợp dữ liệu của khóa đó đã bị sai lệch hoàn toàn (nghĩa là không tồn tại bất kỳ số nguyên nào điền vào **' ? '** để thỏa mãn cả 2 quy tắc an toàn), hãy in ra **IMPOSSIBLE**.
- Dữ liệu đảm bảo vị trí cần điền nếu tồn tại cách điền thì luôn có giá trị tuyệt đối không vượt quá 10^9 .

Ví dụ:

MTX.INP	MTX.OUT
2	3
1 2 3	IMPOSSIBLE
? 1 2	
2 3 1	
2 2 2	
2 2 2	
2 ? 2	

Biểu thức lớn nhất

Giới hạn thời gian: 1.0s Giới hạn bộ nhớ: 256M

Câu II. Biểu thức lớn nhất (5,0 điểm)

Cho một dãy gồm n số nguyên dương $a_1, a_2, \dots, a_n$. Bạn cần đặt chính xác 2 phép nhân ($\times$) và $n - 3$ phép cộng (+) xen vào giữa n số này sao cho giá trị của biểu thức toán học thu được là lớn nhất có thể.

Chú ý:

- Tuyệt đối không được thay đổi thứ tự xuất hiện của các phần tử a_i trong biểu thức ban đầu.
- Theo quy tắc toán học, phép nhân sẽ được thực hiện trước phép cộng.

Ví dụ: với $n = 5$ và dãy a_i là 4,7,1,5,3 thì bạn có thể có các biểu thức:

- $4 + 7 \times 1 + 5 \times 3$
- $4 \times 7 \times 1 + 5 + 3$

Dữ liệu vào từ file văn bản MXEXP.INP:

- Một dòng duy nhất bao gồm một số nguyên n ($4 \leq n \leq 10^6$).
- Dòng thứ hai gồm n số nguyên a_i ($1 \leq a_i \leq 10^5$).

Kết quả ghi ra file văn bản MXEXP.OUT:

- Ghi ra một số nguyên duy nhất là giá trị lớn nhất của biểu thức tìm được.

Ràng buộc:

- Có 60% số test tương ứng với 60% số điểm có $n \leq 500$.
- Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm có $n \leq 1000$.
- Có 20% số test tương ứng với 20% số điểm không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

MXEXP.INP	MXEXP.OUT
5 4 7 1 5 3	44
4 2 3 4 5	62

Trung vị tần số

Giới hạn thời gian: 1.0s Giới hạn bộ nhớ: 256M

Câu III. Trung vị tần số (4,0 điểm)

Cho một xâu ký tự S có độ dài n , chỉ gồm các chữ cái la-tinh in thường từ **a** đến **z**.
Một xâu con X của S là một chuỗi gồm các ký tự nằm ở các vị trí liên tiếp nhau trong S . Với mỗi xâu con X , ta định nghĩa hàm $f(X)$ là số lần xuất hiện của ký tự xuất hiện nhiều nhất trong X .
Ví dụ: Với xâu con $X = \text{abaca}$, ký tự **a** xuất hiện 3 lần, **b** xuất hiện 1 lần, **c** xuất hiện 1 lần. Ký tự xuất hiện nhiều nhất là **a** với số lần xuất hiện là 3, do đó $f(X) = 3$.
Gọi D là một danh sách chứa giá trị $f(X)$ của tất cả các xâu con X có thể tạo ra từ S (bao gồm cả các xâu con giống nhau nhưng nằm ở vị trí khác nhau).

Yêu cầu: Hãy tìm giá trị trung vị của danh sách D
Chú ý: Trung vị của một danh sách được xác định là phần tử nằm ở chính giữa khi danh sách đó được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Nếu danh sách có số lượng phần tử chẵn và có hai giá trị ở giữa, giá trị nhỏ hơn sẽ được chọn làm Trung vị.

Dữ liệu vào từ file văn bản MXFRQ.INP

- Dòng đầu tiên chứa một số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 2 \times 10^5$) là độ dài của xâu S .
- Dòng thứ hai chứa xâu ký tự S gồm n chữ cái in thường.

Kết quả ghi ra file văn bản MXFRQ.OUT:

- In ra một số nguyên duy nhất là giá trị trung vị tìm được.

Ràng buộc:

- 40% số test tương ứng với 40% số điểm có $n \leq 100$.
- 40% số test tương ứng với 40% số điểm có $n \leq 5000$.
- 20% số test tương ứng với 20% số điểm còn lại không có giới hạn gì thêm.

Ví dụ:

MXFRQ.INP	MXFRQ.OUT	Giải thích
4 aaaa	2	Xâu $S = \text{aaaa}$ có độ dài $n = 4$, tổng cộng có $\frac{4 \times 5}{2} = 10$ xâu con liên tiếp. Ta tính giá trị $f(X)$ cho từng xâu con X : • Các xâu con độ dài 1: a, a, a, a (4 xâu) $\rightarrow f(X)$ đều là 1. • Các xâu con độ dài 2: aa, aa, aa (3 xâu) $\rightarrow f(X)$ đều là 2. • Các xâu con độ dài 3: aaa, aaa (2 xâu) $\rightarrow f(X)$ đều là 3. • Xâu con độ dài 4: aaaa (1 xâu) $\rightarrow f(X)$ là 4. Danh sách D thu được là: $\{1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4\}$. Sắp xếp tập hợp theo thứ tự không giảm, ta được danh sách 10 phần tử. Vì danh sách có độ dài chẵn, hai phần tử ở giữa là phần tử thứ 5 (giá trị 2) và phần tử thứ 6 (giá trị 2). Giá trị nhỏ hơn trong hai phần tử này là 2. Vậy trung vị là 2.